Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics, 36, 2, 2024. (129-144)

Ferdowsi University of Mashhad

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics

Page Journal: mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

Society of Manufacturing Engineering of Iran

Investigation of Slip Condition in the Elastohydrodynamic Lubrication*

Research Article

Javad Sharifi Yalameh[1], Amir Torabi[2]

DOI: 10.22067/jacsm.2024.84427.1203

1. Introduction

The assumption of a non-slip surface for a moving surface over a fluid, which was first presented by Newton, is widely accepted in the analysis. This assumption states that the fluid in contact with an adjacent solid surface moves at a speed equal to the speed of the solid surface. Contrary to the widespread use of this assumption, in experiments, boundary slip has been observed and reported in polymeric flows, corner flow, hydrodynamic lubrication, and especially elastohydrodynamic lubrication. In this article, a model for the possibility of fluid slippage is stated and based on that, the governing equations of fluid movement are derived. This slip model is based on limit shear stress. By solving the set of equations, the behavior of the lubricant with the possibility of slippage has been modeled and the effect of different working parameters has been investigated.

2. Governing equations

The mathematical model includes three equations: the modified Reynolds equation, which is derived from the Navier-Stokes equations and the continuity principle by considering the boundary slip condition, and relates the pressure of the lubricant film to the contact geometry and the surface movement speed. The film thickness equation, which expresses the distance between two contact surfaces by considering the elastic deformation, and finally, the load balance equation, based on which the total pressure created in the lubricating film must be in balance with the total vertical load. They are as following, respectively:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\right) = 6\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho h(u_1+u_2)\right) \tag{1}$$

$$h = h_0 + \frac{x^2}{2R} + \delta(x) \tag{2}$$

$$\int_{x_{min}}^{x_{end}} p(x)dx = W \tag{3}$$

Where p is pressure, h denotes film thickness, δ represents surface deflection, and u refers to surface velocity.

In addition, due to very high pressure, lubricant properties, such as viscosity and density change. Therefore, the presented model considers the precise relationships that relate viscosity and density to pressure. The analysis geometry consists of two non-conformal surfaces including a cylinder and a plane. The desired coordinates and geometry are according to Figure 1.

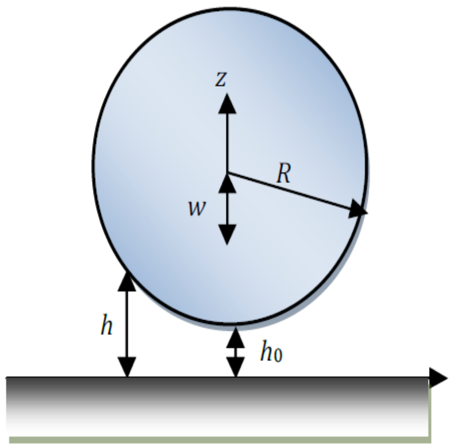


Figure 1: Contact between flat surface and cylinder

The boundary sliding model used in this study is known as the critical shear stress model. According to this model, boundary sliding occurs if the shear stress of the fluid-solid contact surface is equal to a critical value as the critical shear stress. This model is expressed as follows:

$$\begin{cases} \tau = \mu\dot{\gamma} & .\mu\dot{\gamma} < \tau_L \\ \tau = \tau_c & .\mu\dot{\gamma} = \tau_L \end{cases} \tag{4}$$

where τ is the shear stress, γ denotes the shear strain, and τ_L indicates the limit (critical) shear stress.

*Manuscript received: September 13, 2023. Revised, October 4, 2023, Accepted, January 17, 2024.

[1] MSc Student, Engineering and Technology Department, Shahrekord University, Shahrekord, Iran.

[2] Assistant Professor, Mechanical Engineering, Engineering and Technology Department, Shahrekord University, Shahrekord, Iran. **Email**: torabi@sku.ac.ir

3. Results

Comparing and measuring the numerical solution data with the data obtained from previous research is essential in numerical modeling. For this purpose, to validate the data obtained from the simulation, a comparison was made between its results and the data of several similar investigations. The current data are close to the results of previous studies. The area of slide occurrence has a high overlap with the study of Stahl and Jacobson [20]. The percentage difference in hmin/R is 28% compared to Jacobson and Hamrock's study [21] and 15.5% with Stahl and Jacobson [20].

For supposed working conditions and initial data, the amount of friction force is equal to 8.34 N, and the coefficient of friction is calculated to be equal to 0.0104, while for the same parameters with the slip condition, it is obtained 5.33 N and 0.067 N, respectively. Therefore, considering the condition of slippage has a great effect on the estimation of the contact condition and friction force. Figures 2 and 3 compare the effect of surface slip on the friction coefficient for different surface velocities and loads, respectively.

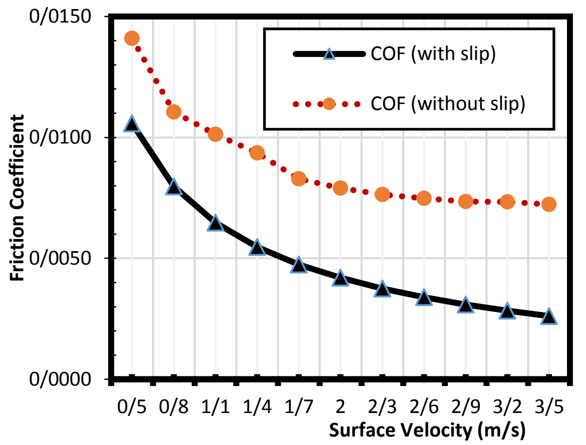


Figure 2. Comparison of the friction coefficient assuming the occurrence/non-occurrence of slip for different speeds

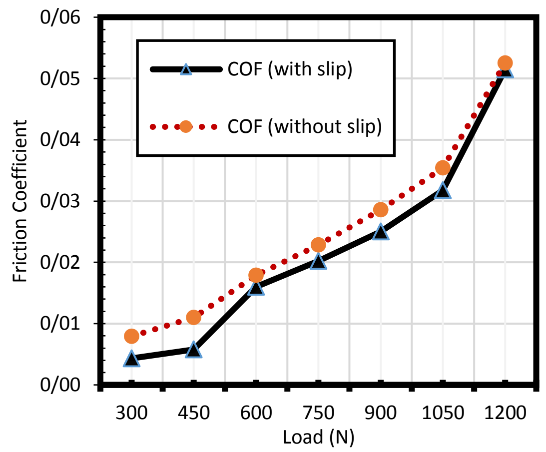


Figure 3. Comparison of the friction coefficient assuming the occurrence/non-occurrence of slip for different normal loads

Figure 4 gives the friction coefficient variation for different speed ratios in two states of occurrence and non-occurrence of slip. According to the comparison made, for all speed ratios, the amount of friction coefficients decreased with the occurrence of slippage, that is, the occurrence of slippage reduces the amount of friction force.

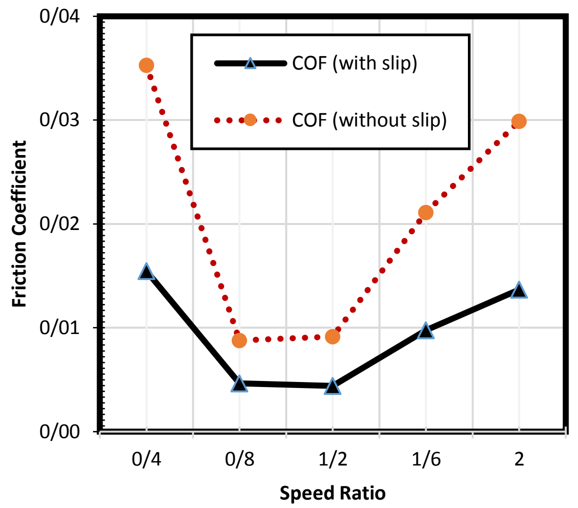


Figure 4. Comparison of the friction coefficient assuming the occurrence/non-occurrence of slip for different speeds

4. Conclusion:

The results showed the positive effect of wall slip on lubrication efficiency. The obtained results are summarized as follows:

- Increasing the speed of the surfaces leads to a rise in the range of sliding occurrence.
- The occurrence of sliding reduces the friction coefficient, and the higher the speed, the greater the reduction of the friction coefficient. Furthermore, the occurrence of slippage leads to a decrease in the maximum pressure and minimum thickness of the lubricating film.
- Increased load results in a rise in the length of the sliding range.
- The occurrence of sliding leads to a decrease in the friction coefficient; the higher the load, the lower the friction coefficient.
- The range of slippage occurrence is larger for large ratios or ratios inclined to zero.
- The occurrence of sliding leads to a lower friction coefficient, and the lowest friction coefficient per speed ratio is close to one.
- The increase of τ_0 and γ results in a reduction in the length of the sliding interval, and the effect of γ is greater compared to τ_0.

علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

بررسی اثر لغزش سیال در روان‌کاری الاستوهیدرودینامیک*

مقاله پژوهشی

جواد شریفی یلمه(۱) امیر ترابی (۲)

DOI: 10.22067/jacsm.2024.84427.1203

چکیده شرط عدم لغزش از جمله شرایط پذیرفته شده در کاربردهای معمول حرکت سیالات است. در برخی موارد خاص این فرض به چالش کشیده می‌شود. وقتی سرعت و فشار بالایی در بخشی از جریان نزدیک سطح اتفاق افتد مانند روان‌کاری سطوح ناهمدیس احتمال بروز لغزش روی سطح وجود دارد. در این مطالعه، اثر لغزش سیال روی سطح در روان‌کاری الاستوهیدرودینامیک، به صورت عددی بررسی شده است. مدلی عددی بر اساس معادلات حاکم بر جریان سیال روان‌کار و با فرض نیوتنی بودن سیال و هم‌دما بودن جریان در هندسه‌ای شامل یک سطح استوانه‌ای بالایی و سطح مسطح پایینی استخراج و به شیوه تفاضل محدود گسسته‌سازی و با روش حداقل مربعات حلی گردید. در بررسی‌ها علاوه بر اثبات وجود لغزش، اثر آن به ازای مقادیر گوناگون پارامترهای مسئله نظیر سرعت سطوح، میزان بار، نسبت سرعت سطوح و تنش برشی حدی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که با افزایش سرعت و بار، لغزش قابل ملاحظه‌ای اتفاق می‌افتد و شرط عدم لغزش باعث انحراف ۲۰ تا ۹۰ درصدی در تخمین ضریب اصطکاک می‌شود. در نسبت سرعت سطوح برابر میزان لغزش بیشتر بوده و با بالا رفتن تنش برشی حدی وقوع لغزش محدودتر می‌شود. لغزش باعث کاهش اصطکاک روان‌کاری می‌شود.

واژه‌های کلیدی روان‌کاری، الاستوهیدرودینامیک، لغزش، اصطکاک، مدل‌سازی، معادله رینولدز.

Investigation of Slip Condition in the Elastohydrodynamic Lubrication

Javad Sharifi Yalameh Amir Torabi

Abstract The non-slip condition is one of the acknowledged conditions in the common fluid dynamic applications. In some specific cases, this assumption is challenged. When high speed and pressure occur in a part of the flow near the surface, such as in the lubrication of non-conformal surfaces, there is a possibility of slippage on the surface. In this study, the effect of fluid slipping on the surface in elastohydrodynamic lubrication has been numerically investigated. A numerical model was derived based on the equations governing the flow of the lubricating fluid and with the assumption that the fluid is Newtonian and the flow is isothermal. The geometry includes an upper long cylindrical surface and a lower flat surface. The equations were discretized by the finite difference method and solved by the least squares method. In this investigation, in addition to proving the existence of slip, its effect was considered for various values of problem parameters, such as the speed of the surfaces, load, the ratio of the speed of the surfaces, and the limit shear stress. The results showed that with the increase in speed and load, a significant slip occurs and the no-slip condition causes a deviation of 20% till 90% in the estimation of the friction coefficient. At the speed ratio near one, the slippage is higher. As the shear stress increases, the occurrence of sliding becomes more limited. Slipping reduces the friction of lubrication.

Key words Lubrication, Elastohydrodynamic, Slip condition, Friction, Modeling, Reynolds equation

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۲/۶/۲۲ و تاریخ پذیرش آن۱۴۰۲/۱۰/۲۷ می‌باشد.

(۱) دانش آموخته کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد.

(۲) نویسنده مسئول: استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد.

Email: torabi@sku.ac.ir

مقدمه

فرض عدم لغزش سطح در مجاورت سطح متحرک، که نخستین بار توسط نیوتن عرضه گردیده، به صورت گسترده‌ای در تجزیه و تحلیل مورد پذیرش است؛ این فرض بیان می‌دارد که سیال در محل تماس با سطح جامد مجاور با سرعت برابر با سرعت سطح جامد حرکت می‌کند. بر خلاف کاربرد گسترده این فرض، در آزمایش‌ها لغزش مرزی در جریان‌های پلی‌مری، جریان گوشه، روان‌کاری هیدرودینامیکی و به خصوص روان‌کاری الاستوهیدرودینامیکی مشاهده و گزارش گردیده است [1]. روان‌کاری الاستوهیدرودینامیک صورتی از روان‌کاری هیدرودینامیکی است. یک فیلم نازک روان‌کار میان سطوح غلتنده و لغزنده جفت شونده ناهمدیس اجزای یک ماشین شکل می‌گیرد. عوامل تأثیرگذار در این رژیم روان‌کاری، تغییر شکل الاستیک سطوح در اثر بار اعمال شده، رفتار هیدرودینامیکی که روان‌کار میان سطوح در تماس وارد می‌سازد و همچنین تغییر لزجت روان‌کار با فشار می‌باشد. از این رو است که با نام روان‌کاری الاستوهیدرودینامیک شناخته می‌شود.

از مهم‌ترین زمینه‌هایی که مطالعه اثر لغزش سطح را در روان‌کاری الاستوهیدرودینامیک ترغیب می‌نماید، حوزه مطالعه سیستم‌های میکروالکترومکانیکی است. یکی از مشکلات اساسی که استفاده گسترده و قابلیت اطمینان این سامانه‌ها را محدود می‌کند، چسبندگی قوی، همراه با اصطکاک و سایش متعاقب آن در این نوع سیستم‌هاست. بسیاری از این دستگاه‌ها سطوح متحرک (لغزشی/ غلتشی) دارند و در نتیجه لازم است از روان‌کار بین سطوح در تماس استفاده شود تا اصطکاک و سایش کاهش یابد. با این حال، یک مانع مهم برای توسعه روان‌کاری، مشکل دستیابی به عملکرد تریبولوژیکی مؤثر قطعات متحرک آن‌ها است. در سامانه میکروالکترومکانیکی جلوگیری از چسبندگی با استفاده از پوشش جامد در مقایسه با روان‌کاری مایع، عملی‌تر است. با این حال، مطالعات یک دهه گذشته نشان داده‌اند که امکان لغزش مایعات نیوتنی در امتداد دیواره‌های جامد بسیار صاف وجود دارد و این نتیجه ممکن است استفاده از روان‌کننده‌های مایع را برای این دستگاه‌ها امکان‌پذیر کند.

با پیشرفت‌های صورت یافته در اندازه‌گیری‌های نانو مقیاس، مشاهدهٔ لغزش مرزی برای دانشمندان میسر شده است. وونگ و همکاران [2] ، شواهد وقوع لغزش روان‌کار بر روی سطح فولادی در تماس روان‌کاری الاستوهیدرودینامیک را در آزمایشگاه ارائه نموده‌اند. پونژاویچ و وونگ[3]، با آزمایش استدلال کردند ضخامت فیلم به دلیل فشار جریان کاسته می‌شود و به دلیل کاهش تنش برشی، اصطکاک کم می‌شود که در نهایت منجر به وقوع لغزش در سطح تماس می‌گردد. گو و همکاران [4]، ارتباط میان زاویه پسماند تماس و روان‌کاری هیدرودینامیکی یک یاتاقان لغزشی را مورد بررسی و آزمایش قرار داده‌اند. زاویه تماس با نیروی جاذبه میان مولکول‌ها در سطح تماس جامد و سیال مرتبط است و از این طریق می‌تواند بر امکان وقوع لغزش در سطح مشترک تأثیر بگذارد. جین و همکاران [5]، تغییرات فیلم روان‌کار در حرکت رفت و برگشتی با سرعت ورود صفر را مورد آزمایش و تحقیق قرار داده‌اند. نتایج بیانگر وابستگی لغزش به اثرات گذرا و بار بود. کالین و کوس [6]، راهبردی جدید برای کاهش اصطکاک روان‌کاری الاستوهیدرودینامیک در تماس‌های فولادی با استفاده از فیلم‌های مرزی چربی‌گریز تشکیل شده از مواد افزودنی آلی ساده مانند آمینه، الکل، آمید و اسید چرب ارائه کرده‌اند.

در برخی مطالعات با استفاده از گزارش‌های وقوع لغزش و تفاوت عملکرد یاتاقان‌ها در حالت وقوع لغزش در سطح تماس دیواره و سیال روان‌کار، مدلی نظری برای تحلیل عددی روان‌کاری ارائه داده‌اند و با استفاده از روش‌های مرسوم مانند حل به کمک روش المان محدود برای این نوع مسائل یک پاسخ عددی پیشنهاد نموده‌اند. ژانگ و ون [7]، خط تماس هم‌دمای روان‌کاری الاستوهیدرودینامیکی میان یک استوانه و یک صفحه کاملا صاف تحت نسبت لغزش به غلتش‌های متفاوت و با استفاده از مدل لغزش تنش برشی را مورد مطالعه قرار داده‌اند. اورلئان و همکاران [8]، یک روش المان محدود برای بررسی اثر و بافت لغزش دیواره بر یاتاقان ژورنال (الاستو)هیدرودینامیک ارائه داده‌اند. در این اثر به مطالعه تأثیر توأمان بافت سطح و لغزش پرداخته شده و با انجام مقایسه میزان ظرفیت حمل بار و تلفات بار نشان داده شده است که با انتخاب یک الگوی مناسب برای سطح، عملکرد یاتاقان را به طور مؤثری می‌توان بهبود بخشید. چن و همکاران [9]، آثار لغزش ناهمسانگرد بر روان‌کاری الاستوهیدرودینامیک را مورد مطالعه قرار داده‌اند. ژائو و همکاران [10]، یک راه حل تکمیلی

خطی برای لغزش مرزی دو بعدی تماس روان‌کاری الاستوهیدرودینامیکی ارائه داده‌اند. حل عددی فوق، برای تماس نقطه‌ای روان‌کاری الاستوهیدرودینامیکی تحت شرایط هم‌دما و غلتش خالص انجام یافته است. سون و همکاران [11]، اثر لغزش مرزی محلی بر افزایش ظرفیت حمل بار را مورد بررسی قرار داده‌اند. شواهد تجربی توسط دستگاه آزمایش لغزنده روی دیسک نوری حاصل شده است. بررسی تحلیل عددی اثر لغزش با استفاده از مدل تنش برشی حدی (بحرانی) و با کمک معادله رینولدز تغییر یافته برای روان‌کاری هیدرودینامیک برای تعیین ظرفیت حمل بار انجام یافته است. نتایج تحلیل عددی و داده‌های حاصل از آزمایش بیان داشته‌اند، الگوی لغزش مناسب روی سطح ثابت یاتاقان می‌تواند ظرفیت حمل بار را بهبود بخشد.

همان طور که مرور مطالعات نشان می‌دهد موضوع لغزش سیال روی سطح در شرایط روان‌کاری می‌تواند بسیاری از تخمین‌های رایج را با اشتباه همراه کند. مدل‌سازی الاستوهیدرودینامیک در متون مختلف تشریح شده است ولی در نظر گرفتن لغزش و نحوه مدل‌سازی آن امری نسبتا جدید محسوب می‌شود. در این مقاله مدلی برای امکان بروز لغزش سیال بیان شده و بر اساس آن معادلات حاکم بر حرکت سیال استخراج شده است. این مدل لغزش بر مبنای تنش برشی حدی است. با حل مجموعه معادلات، رفتار روان‌کار تحت شرایطی، امکان بروز لغزش مدل‌سازی شده و تأثیر پارامترهای کاری مختلف مورد بررسی قرار گرفته است.

معادلات حاکم

مدل ریاضیاتی شامل سه معادله است: معادله رینولدز تغییر یافته که مستخرج از معادلات ناویر- استوکس و اصل پیوستگی با در نظر گرفتن شرط لغزش مرزی است و فشار فیلم روان‌کار را به هندسه تماس و سرعت حرکت سطوح مرتبط می‌سازد؛ معادله ضخامت فیلم که فاصله میان دو سطح تماس را با در نظر گرفتن تغییر شکل الاستیک بیان می‌دارد و در نهایت، معادله تعادل بار که بر اساس آن باید مجموع فشار ایجاد گردیده در فیلم روان‌کار با مجموع بارگذاری عمودی در تعادل باشد. همچنین به سبب فشار بسیار بالا، خواص روان‌کار مانند لزجت و چگالی تغییر می‌یابد که مدل ارائه شده با روابطی که لزجت و چگالی را به فشار مرتبط می‌سازد، تکمیل گردیده است.

معادله رینولدز. معادله رینولدز، معادله دیفرانسیل جزئی حاکم بر توزیع فشار در تئوری روان‌کاری کلاسیک است. این معادله برگرفته از معادله ناویر- استوکس و معادله بقای جرم بوده و فرم استاندارد آن برای تماس یک سطح استوانه‌ای با یک سطح مسطح به صورت زیر است [12]:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\right) = 6\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho h(u_1+u_2)\right) \tag{۱}$$

که در این رابطه p فشار، h ضخامت لایه روان‌کار، ρ چگالی، μ ویسکوزیته و u سرعت سطوح است. اندیس‌های ۱ و ۲ نشان دهنده سطوح بالایی و زیرین فیلم سیال می‌باشند. برای استخراج این معادله فرض شده است که سیال روان‌کار نیوتنی است؛ نیروهای لزجت سیال بر اینرسی سیال غالب هستند؛ از نیروهای حجمی صرف نظر شده است؛ تغییرات فشار در طول فیلم سیال ناچیز است و ضخامت فیلم سیال نسبت به عرض و طول بسیار کوچک است.

مدل‌سازی لغزش . مدل لغزش مرزی استفاده شده در این مطالعه با نام مدل تنش برشی حدی (بحرانی) شناخته می‌شود. مطابق این مدل لغزش مرزی در صورتی رخ می‌دهد که تنش برشی سطح تماس سیال و جامد برابر با مقداری بحرانی به عنوان تنش برشی حدی (بحرانی) باشد. این مدل به صورت زیر بیان می‌گردد [13,14]:

$$\begin{cases}\tau = \mu\dot{\gamma} & .\,\mu\dot{\gamma} < \tau_L\\ \tau = \tau_c & .\,\mu\dot{\gamma} = \tau_L\end{cases} \tag{۲}$$

که τ تنش برشی، $\dot{\gamma}$ کرنش برشی و τ_L نشانگر تنش برشی حدی (بحرانی) است. تنش برشی حدی در مدل‌های رئولوژیکی متفاوتی به کار گرفته شده و توسط مطالعات تجربی نیز مقدار عملی آن اندازه‌گیری شده است. در این مطالعه نیز از مدلی بر پایه تنش برشی حدی استفاده گردیده است که به صورت خطی با فشار تغییر می‌یابد:

$$\tau_L = \tau_0 + \gamma p \tag{۳}$$

که τ_0، تنش برشی اولیه در فشار محیط و γ ضریب تناسب تنش برشی حدی است. مطابق با مدل مورد استفاده، برای هندسه حل که شامل یک سطح بالایی که سرعت و تنش

برشی آن با اندیس یک نمایش داده می‌شود و یک سطح زیرین که پارامترهای یاد شده در آن سطح با اندیس دو شناخته می‌شود، خواهیم داشت:

$$(|\tau_1| < \tau_{L1}) \,.\, (|\tau_2| < \tau_{L2}) \rightarrow \begin{cases} u_{lub1} = u_1 \\ u_{lub2} = u_2 \end{cases} \quad (۴)$$

$$(|\tau_1| \geq \tau_{L1}) \,.\, (|\tau_2| < \tau_{L2}) \rightarrow \begin{cases} u_{lub1} = u_{lub1}^{NN} \\ u_{lub2} = u_2 \end{cases} \quad (۵)$$

$$(|\tau_1| < \tau_{L1}) \,.\, (|\tau_2| \geq \tau_{L2}) \rightarrow \begin{cases} u_{lub1} = u_1 \\ u_{lub2} = u_{lub2}^{NN} \end{cases} \quad (۶)$$

$$(|\tau_1| \geq \tau_{L1}) \,.\, (|\tau_2| \geq \tau_{L2}) \,.\, (|\tau_1| < |\tau_2|) \rightarrow \begin{cases} u_{lub1} = u_{lub1}^{NN} \\ u_{lub2} = u_2 \end{cases} \quad (۷)$$

$$(|\tau_1| \geq \tau_{L1}) \,.\, (|\tau_2| \geq \tau_{L2}) \,.\, (|\tau_1| > |\tau_2|) \rightarrow \begin{cases} u_{lub1} = u_1 \\ u_{lub2} = u_{lub2}^{NN} \end{cases} \quad (۸)$$

u سرعت سطح، u_{lub} سرعت روان‌کار در مجاورت سطح و u_{lub}^{NN} سرعت روان‌کار در هنگام وقوع لغزش تعریف می‌گردند. از تعریف تنش برشی برای سیال نیوتنی داریم:

$$\tau_1 = -\frac{h}{2}\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\frac{u_2 - u_1}{h} \quad (۹)$$

$$\tau_2 = \frac{h}{2}\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\frac{u_2 - u_1}{h} \quad (۱۰)$$

که جهت مثبت τ، در سطح زیرین (سطح ۱) خلاف جهت محور x و در سطح بالایی (سطح ۲) موافق جهت محور x در نظر گرفته می‌شود. در لحظه وقوع لغزش، مقدار سرعت روان‌کار در سطح ۱، به کمک روابط بالا به دست می‌آید:

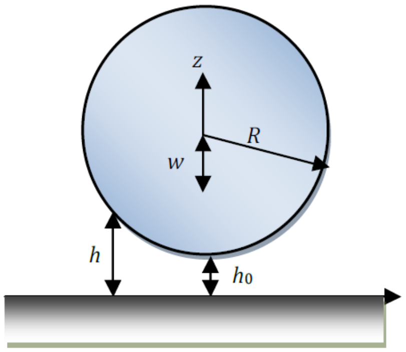
$$u_{lub1}^{NN} = u_2 - \frac{h}{\mu}\left(\pm\tau_{L1} + \frac{h}{2}\frac{\partial p}{\partial x}\right) \quad (۱۱)$$

و برای سطح ۲ نیز به روش مشابه خواهیم داشت:

$$u_{lub2}^{NN} = u_1 + \frac{h}{\mu}\left(\pm\tau_{L2} - \frac{h}{2}\frac{\partial p}{\partial x}\right) \quad (۱۲)$$

علامت مثبت یا منفی، بر اساس جهت τ_1 و τ_2 می‌بایست انتخاب گردند.

معادله تغییر ضخامت. هندسه تحلیل شامل دو سطح ناهمدیس متشکل از یک استوانه و یک صفحه است. مختصات و هندسه مورد نظر مطابق شکل (۱) می‌باشد.



شکل ۱ تماس میان سطح صاف و استوانه

طول استوانه در قیاس با شعاع آن بسیار بزرگ فرض شده است؛ بنابراین از نشت جانبی صرف نظر شده است. علاوه بر این از آثار زبری سطح نیز چشم‌پوشی شده است. همچنین روان‌کاری از نوع الاستوهیدرودینامیک است که منجر به وقوع تغییر شکل الاستیک در سطح می‌گردد. با در نظر گرفتن این موارد، رابطه تغییر ضخامت فیلم، به صورت زیر خواهد بود:

$$h = h_0 + \frac{x^2}{2R} + \delta(x) \quad (۱۳)$$

که در آن h_0 کمینه ضخامت فیلم در مرکز مختصات در اثر روان‌کاری هیدرودینامیکی، عبارت $\frac{x^2}{2R}$ فاصله بین سطح جسم معادل تغییر شکل نیافته و δ تغییر شکل الاستیک واقعی سطح جسم معادل از یک سطح مسطح نسبت به حالت اولیه‌اش است. برای دو صفحه از دو جنس متفاوت اما با خواص الاستیکی یکسان، تغییر شکل در هر نقطه از x بر روی صفحه تماس (z=0)، برابر خواهد بود با [15]:

$$\delta = -\frac{2}{\pi E'}\int_{x_{min}}^{x_{end}} p\, ln(x-x')^2 dx' \qquad (۱۴)$$

که x_{min} مختصات مکان ابتدای بخش محاسبات، x_{end} مختصات انتهای بخش محاسبات، p فشار که تابعی از x است و E' مدول مؤثر الاستیسیته است.

معادلات رفتار روان‌کار. خواص روان‌کارها با تغییر فشار و دما تغییر می‌یابد. وقتی در یک تحلیل از آثار حرارت صرف نظر گردیده و حالت ساده هم‌دمایی در نظر گرفته شده باشد؛ معادلات حاکم بر تغییرات لزجت و چگالی روان‌کار با فشار از مدل یاسوتومی [۱۶] به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mu = \mu_g exp\left[\frac{-2.303C_1\left(T-T_g(p)\right)F(p)}{C_2+\left(T-T_g(p)\right)F(p)}\right] \qquad (۱۵)$$

$$T_g(p) = T_{g0} + A_1 \ln(1+A_2) \qquad (۱۶)$$

$$F(p) = (1+b_1p)^{b_2} \qquad (۱۷)$$

مقادیر ثابت‌های معادلات (۱۵) تا (۱۷) در جدول (۱) ارائه شده است. به خاطر فرض هم‌دمایی، دمای T ثابت و برابر دمای محیط ۲۹۸ کلوین در نظر گرفته شده است.

جدول ۱ ثابت‌های معادلات خواص روان‌کار [۱۶]

پارامتر	مقدار	یکا
μ_g	۱/۲۳×۱۰^۷	$[Pa.s]$
T_{g0}	-۸۸/۶۹	$[°C]$
A_1	۲۶۳/۸	$[°C]$
A_2	۰/۳۵۲۷	$[GPa^{-1}]$
b_1	۱۳/۷۳	$[GPa^{-1}]$
b_2	-۰/۳۴۲۶	$[-]$
C_1	۱۱/۶۶	$[-]$
C_2	۳۹/۱۷	$[°C]$
SD (%)	۹/۲	$[-]$

تغییرات چگالی در مقایسه با تغییرات لزجت، کوچک است. با این حال در فیلم روان‌کاری الاستوهیدرودینامیک فشار بسیار بالایی وجود دارد و روان‌کننده را نمی‌توان به عنوان یک محیط تراکم‌ناپذیر در نظر گرفت؛ بنابراین لازم است وابستگی چگالی به فشار در نظر گرفته شود. مقدار چگالی در این مطالعه با استفاده از رابطه موسوم به رابطه داوسون- هیگینسون [۱۵] به دست می‌آید:

$$\bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0} = (1 + \frac{0.6p}{1+1.7p}) \qquad (۱۸)$$

که ρ_0 چگالی سیال در فشار برابر با صفر بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب و p فشار نسبی بر حسب GPa می‌باشند و $\bar{\rho}$ نیز نمایانگر چگالی بی‌بعد است.

معادله بار. بارگذاری قائم اعمال گردیده بر محل تماس، توسط فیلم روان‌کار الاستوهیدرودینامیک منتقل می‌گردد. بنابراین برای تعادل نیرو لازم است که انتگرال توزیع فشار در طول تماس برابر با بارگذاری عمودی بر واحد عرض W باشد. در حالت یک بعدی یا تماس خطی حاصل تقسیم بار بر طول تماس مطرح بوده که برابر با انتگرال فشار در ناحیه تماس است و به صورت معادله زیر به دست می‌آید:

$$\int_{x_{min}}^{x_{end}} p(x)dx = W \qquad (۱۹)$$

نتایج

بررسی شبکه. انتخاب اندازه ابعاد مناسب المان‌های شبکه از مهم‌ترین بخش‌ها در حل عددی می‌باشد. در تحقیق حاضر برای انتخاب مناسب تقسیم‌بندی شبکه بدین صورت عمل گردیده است که حداقل ضخامت فیلم روان‌کار (h_{min})، بیشینه فشار (p_{max}) و ضریب اصطکاک (COF) برای ورودی‌های مطابق با داده‌های جدول (۲) به ازای تعداد مش‌های متفاوت محاسبه گردیده و سپس درصد اختلاف میان هر سری از داده‌ها محاسبه شده است و نتایج در جدول (۲) درج شده است. هدف از این مقایسه آن است که تعداد تقسیم‌بندی شبکه‌ای به گونه‌ای یافت شود که به ازای مقادیر بالاتر، اختلاف ناچیز باشد.

جدول ۲ حداقل ضخامت فیلم، بیشینه فشار و ضریب اصطکاک در شبکه‌بندی‌ها با اندازه‌های متفاوت

تعداد مش	h_{min} [µm]	اختلاف(٪)	p_{max} [MPa]	اختلاف(٪)	COF	اختلاف(٪)
۱۲۹	۰/۳۷	---	۳۴۶/۴۵	---	۰/۰۱۰۴	---
۱۹۹	۰/۲۹	۲۱/۶۲	۲۷۱/۷۲	۲۱/۵۷	۰/۰۰۶۹	۳۳/۶۵
۲۴۹	۰/۲۸	۳/۵۷	۲۷۱/۵۳	۰/۰۷	۰/۰۰۷۳	۵/۸۰
۲۹۹	۰/۳۴	۲۱/۴۳	۲۶۹/۰۱	۰/۹۳	۰/۰۰۵۹	۱۹/۱۸
۳۴۹	۰/۳۳	۲/۹۴	۲۶۸/۹۹	۰/۰۱	۰/۰۰۶۱	۳/۳۹
۳۹۹	۰/۳۲	۳/۰۳	۲۶۸/۹۷	۰/۰۱	۰/۰۰۶۲	۱/۶۴
۴۴۹	۰/۳۲	۰/۰۰	۲۶۸/۹۶	۰/۰۰	۰/۰۰۶۴	۳/۲۳

جدول ۳ شرایط کاری مطالعه جیکوبسون و همراک [۱۷] و مطالعه لی و همراک [۱۸]

پارامتر	جیکوبسون و همراک [۱۷]	لی و همراک [۱۸]	یکا
W	$۲/۰۴۷۸×۱۰^{-۵}$	$۱/۳×۱۰^{-۴}$	[−]
U	$۱×۱۰^{-۱۱}$	$۱×۱۰^{-۱۱}$	[−]
G	۵۰۰۰	۳۴۸۰	[−]
τ_0	$۵×۱۰^{۶}$	$۱۹/۸×۱۰^{۶}$	$[Pa]$
γ	۰/۰۷	۰/۰۷۶	[−]
w	۵۰۰۰۰	---	$[N/m]$
$E_1 . E_2$	$۲/۰۶×۱۰^{۱۱}$	$۲/۰۰۲×۱۰^{۱۱}$	$[Pa]$
$\nu_1 . \nu_2$	۰/۳	۰/۳	[−]
R	۰/۰۱۰۷۸۶	۰/۰۲۰۴۶۱	$[m]$
μ_0	۰/۰۴۱۱	۰/۰۱۳۲۶	$[Ns/m^2]$
α	$۲/۲۱×۱۰^{-۸}$	$۱/۵۸۱۶×۱۰^{-۸}$	$[Pa^{-1}]$
p_h	$۰/۴۰۷۸×۱۰^{۹}$	$۱×۱۰^{۹}$	$[Pa]$
U_2/U_1	۰/۹۲۳	۰/۶	[−]
$U_1 + U_2$	۱/۱۸۸	۶/۷۸۹	$[m/s]$

با توجه به اینکه ریزتر کردن تقسیم‌بندی میدان حل از ۳۴۹ مش بیشتر، تأثیر چندانی بر روی پارامترهای روان‌کاری ندارد، همه حل‌های ارائه شده با این تعداد مش انجام گرفته است.

اعتبارسنجی. مقایسه و سنجش داده‌های حل عددی با داده‌های به دست آمده از تحقیقات پیشین، امری ضروری در مدل‌سازی‌های عددی است. به همین منظور، برای اعتبارسنجی داده‌های به دست آمده از برنامه کامپیوتری، مقایسه‌ای میان نتایج آن با داده‌های چند کار تحقیقاتی مشابه انجام شده است. جدول (۳) شرایط کاری ورودی مدل برای کارهای تحقیقاتی مشابه را نشان می‌دهد. کار تحقیقاتی استاهل و جیکوبسون [16] که مشابه مطالعه جیکوبسون و همراک [17] و مطالعه لی و همراک [18] است برای مقایسه کار حاضر مورد استفاده قرار گرفته است. مقایسه صورت گرفته بر اساس مختصات هندسی دامنه وقوع لغزش در طول ناحیه تماس و همچنین برای نسبت کمینه ضخامت فیلم روان‌کار به شعاع منحنی معادل (R) صورت یافته است.

با استفاده از داده‌های جدول (۳) نتایج متناظر هر یک از مطالعات، به دست آمد. همان طور که پیشتر اشاره گردید برای مقایسه و اعتبارسنجی نتایج کامپیوتری، مختصات مکان وقوع لغزش و نسبت میان کمینه ضخامت فیلم و شعاع منحنی معادل استفاده شده‌است. جدول (۴) مقایسه مربوط را نشان می‌دهد.

جدول ۴ مقایسه میان نتایج مطالعات پیشین و نتایج مدل حاضر

تحقیق	h_{min}/R	ناحیه وقوع لغزش
جیکوبسون و همراک [۱۷]	۱/۸۶۸۷×۱۰^{-۵}	-۰/۲۲≤X≤۰/۵۲
استاهل و جیکوبسون [۱۶]	۲/۰۸۶۰×۱۰^{-۵}	-۰/۲۷≤X≤۰/۷۰
مطالعه حاضر	۲/۴۱۰۵×۱۰^{-۵}	-۰/۳۶≤X≤۰/۷۰
لی و همراک [۱۸]	۱/۲۷۰۵×۱۰^{-۵}	-۰/۵۵≤X≤۰/۵۵
استاهل و جیکوبسون [۱۶]	۱/۳۲۵۰×۱۰^{-۵}	-۰/۷۴≤X≤۰/۸۰
مطالعه حاضر	۱/۰۷۹۰×۱۰^{-۵}	-۰/۸۱≤X≤۰/۸۸

مقایسه داده‌ها با داده‌های مطالعات پیشین نشان دهنده آن است که نتایج اختلاف کمی با یکدیگر دارند. ناحیه وقوع لغزش به ویژه با مطالعه استاهل و جیکوبسون هم‌پوشانی بالایی دارند. درصد اختلاف در میزان h_{min}/R ، در مقایسه با مطالعه جیکوبسون و همراک، ۲۸٪ و با استاهل و جیکوبسون ۱۵/۵٪ می‌باشد؛ و در مقایسه با مطالعه لی و همراک، ۱۵/۰۷٪ و با استاهل و جیکوبسون ۱۸٪/۵۶ است.

اثر در نظر گرفتن فرض لغزش. در این بخش، مقایسه‌ای میان هندسه‌های متشابه، با سطوح تماس در حالت‌های متفاوتی شامل شرط وقوع لغزش دیواره و نیز عدم وقوع لغزش دیواره صورت پذیرفته است. در جدول (۵) مجموعه‌ای از ورودی‌ها و شرایط کاری مرجع برای یاتاقان داده شده است. دامنه حل در بازه ۴≥X≥۴- قرار داشته است.

از میان پارامترهای فوق، آثار تغییرات پنج پارامتر مجموع سرعت سطوح، نسبت سرعت سطوح، تنش برشی حدی اولیه، ضریب تناسب تنش برشی حدی و میزان بارگذاری بر خواص روان‌کاری مد نظر بوده است. همچنین بیشینه فشار هرتزی نیز با توجه به این که تابعی از میزان بارگذاری است؛ با تغییر این پارامتر تغییر می‌یابد. شکل (۲) توزیع فشار و ضخامت فیلم در طول سطح تماس بی‌بعد و با شرایط مندرج در جدول فوق را نمایش می‌دهد. در این نمودار مسطح شدن لایه روان‌کار که ناشی از تغییر شکل سطوح تحت فشار بالاست مشخص است. در نظر گرفتن نوع روان‌کاری به صورت الاستوهیدرودینامیک در اینجا به اثبات می‌رسد. قله فشار که یک پدیده منحصر به فرد در این مسئله است نیز در شکل (۲) دیده می‌شود. این قله فشار به خاطر جلوگیری از خروج ناگهانی سیال از ناحیه روان‌کاری پس از واگرا شدن سطوح ایجاد می‌شود. علاوه بر پروفیل فشار و ضخامت فیلم می‌توان بازه وقوع لغزش در طول سطح تماس را نیز بررسی نمود. در هندسه مورد بررسی در شرایط فوق، لغزش دیواره در بازه ۰/۸۷≤X≤۰/۸۷- رخ می‌دهد؛ این بازه همچنین متناظر با نواحی دارای بیشینه فشار است. به عنوان نمونه در جدول (۶) میزان فشار در نقاط مجاور با ناحیه وقوع لغزش و همچنین نقاط دارای بیشینه فشار داده شده است.

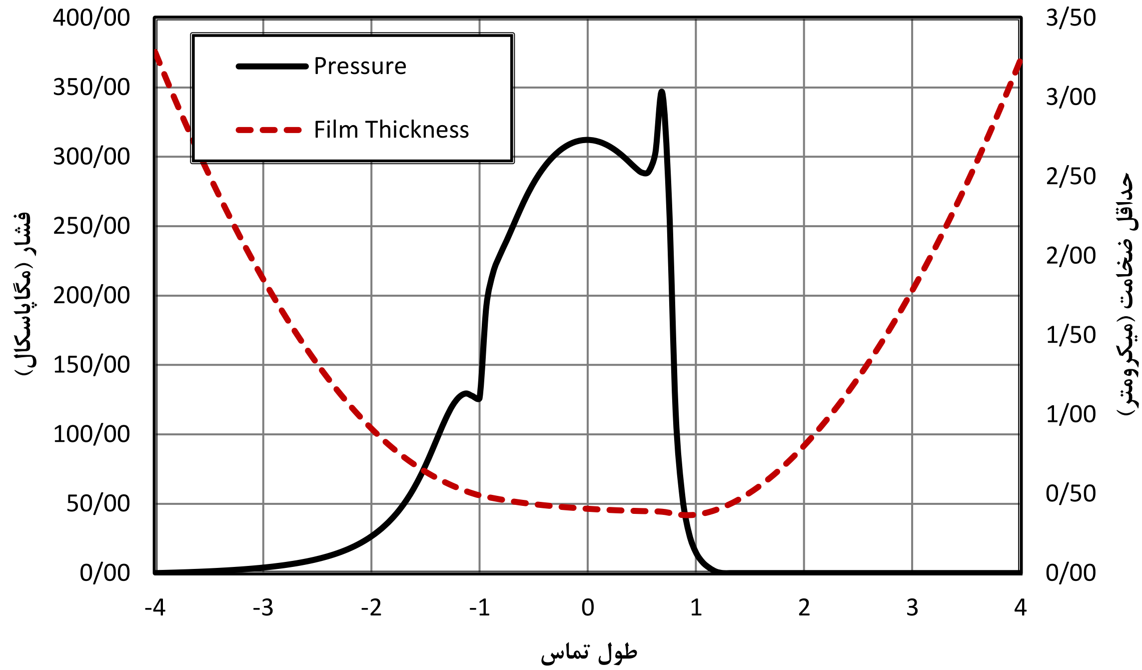
جدول ۵ مقادیر ورودی و شرایط کاری روان‌کاری

پارامتر	مقدار	یکا
نمایه فشار- لزجت (Z)	۰/۶۱	[−]
ثابت فشار- لزجت (α)	۲×۱۰^{-۸}	$[Pa^{-1}]$
تنش برشی حدی در فشار محیط (τ_0)	۲×۱۰^۶	$[Pa]$
ضریب تناسب تنش برشی حدی (γ)	۰/۰۲	[−]
مدول الاستیسیته (E)	۲/۱۱×۱۰^{۱۱}	$[Pa]$
نسبت پواسون (ν)	۰/۳	[−]
لزجت روان‌کار در فشار محیط (η_0)	۰/۰۴	$[Ns/m^2]$
مجموع سرعت سطوح (US=U1+U2)	۱/۰	$[m/s]$
نسبت سرعت سطوح (UR=U2/U1)	۰/۸	[−]
شعاع منحنی سطح زیرین (R1)	۰/۰۱۷۰	$[m]$
شعاع منحنی سطح بالایی (R2)	-۰/۱۰۰۵	$[m]$
بیشینه فشار هرتزی (P_h)	۲/۶۸۵۹×۱۰^۸	$[Pa]$
عرض پین (d)	۰/۰۲	$[m]$
بار (w)	۸۰۰	$[N]$

جدول ۶ فشار در همسایگی ناحیه وقوع لغزش و نقاط دارای بیشینه فشار

توضیح	فشار $[MPa]$	مکان
اولین نقطه مجاور ناحیه لغزش	۱۹۲/۴۰	-۰/۹۴
اولین نقطه وقوع لغزش	۲۱۶/۵۴	-۰/۸۷
نقطه با فشار بیشینه	۳۱۲/۱۷	۰/۰۰
آخرین نقطه وقوع لغزش	۵۴/۹۱	۰/۸۷
آخرین نقطه مجاور ناحیه لغزش	۲۸/۱۴	۰/۹۴

بنابراین می‌توان انتظار داشت، لغزش دیواره در نواحی با بیشینه فشار می‌تواند رخ بدهد.



شکل ۲ توزیع فشار و ضخامت فیلم در شرایط مندرج در جدول ۵

اصطکاک در طول سطح تماس و ضریب اصطکاک از دیگر پارامترهایی است که برای مقایسه میان حالت‌های وقوع لغزش دیواره و عدم وقوع لغزش دیواره می‌تواند مورد استفاده باشد. محاسبه نیروی اصطکاک از توزیع فشار گسسته شده و ضخامت لایه روان‌کار با استفاده از رابطه زیر انجام می‌گیرد:

$$fr = \sum_{i=1}^{N} (\frac{p_{i+1} - p_i}{\Delta x} \frac{h_i}{2} + \mu U / h_i) \Delta x \qquad (۲۰)$$

که در آن fr نیروی اصطکاک است. بنابراین ضریب اصطکاک نیز به این صورت محاسبه می‌گردد:

$$COF = \frac{fr}{W} \qquad (۲۱)$$

برای شرایط کاری و داده‌های اولیه داده شده در جدول (۵) میزان نیروی اصطکاک برابر با ۸/۳۴ نیوتن بوده و ضریب اصطکاک برابر با ۰/۰۱۰۴ محاسبه گردیده است و برای شرایط یکسان به همراه شرط وقوع لغزش به ترتیب برابر ۵/۳۳ نیوتن و ۰/۰۰۶۷ به دست آمده است که اختلاف ۵۵ درصدی را نشان می‌دهد. بنابراین می‌توان گفت در نظر گرفتن شرط وقوع لغزش در تخمین وضعیت تماس و نیروی اصطکاک بسیار تأثیر دارد.

بررسی تأثیر پارامترهای مختلف. در این بخش به بررسی اثر پنج پارامتر مختلف شامل سرعت سطوح، میزان بارگذاری، نسبت سرعت سطوح، تنش برشی حدی اولیه و ضریب تناسب تنش برشی حدی بر روان‌کاری الاستوهیدرودینامیک در دو حالت وقوع لغزش در دیواره و نیز عدم وقوع لغزش در دیواره پرداخته شده است. مقایسه صورت گرفته شامل بررسی بازه وقوع لغزش، نوع لغزش‌های روی داده در سطح و ضریب اصطکاک است.

اثر تغییرات سرعت. جدول (۷) اثر تغییرات سرعت بر بازه وقوع لغزش را نمایش می‌دهد. برای این منظور بازه‌های وقوع لغزش برای ۶ مورد از مجموع سرعت سطح‌ها بین ۰/۵ تا ۳/۵ متر بر ثانیه داده شده است.

جدول ۷ بازه‌های وقوع لغزش برای سرعت‌های مختلف

بازه وقوع لغزش	سرعت سطوح $[m/s]$
-۰/۲۸≤X≤۰/۴۴	۰/۵
-۰/۴۴≤X≤۰/۵۷	۱/۱
-۰/۵۳≤X≤۰/۷۷	۱/۷
-۰/۵۷≤X≤۰/۷۷	۲/۳
-۰/۶۵≤X≤۰/۷۷	۲/۸
-۰/۶۹≤X≤۰/۷۷	۳/۵

با محاسبه طول بازه وقوع لغزش، مشخص می‌گردد که بیشترین بازه وقوع لغزش در سرعت‌های بالاتر دیده می‌شود؛ همچنین حد نهایی وقوع لغزش، به‌جز در دو مورد نخست، X=۰/۷۷ است. کوچک‌ترین بازه وقوع لغزش با طولی برابر با ۰/۷۲ به ازای ۰/۵ متر بر ثانیه بوده و طولانی‌ترین بازه وقوع نیز با طول ۱/۴۶ به ازای ۳/۵ متر بر ثانیه بوده است که نشان از افزایش سه برابری طول ناحیه لغزش با افزایش هفت برابری مجموع سرعت دارد. برای مقایسه اثر لغزش بر کارایی روان‌کاری در ضریب اصطکاک در حالت‌های همراه با فرض وقوع لغزش و فرض عدم وقوع لغزش محاسبه و در شکل (۳) برای مقایسه ترسیم شده است.

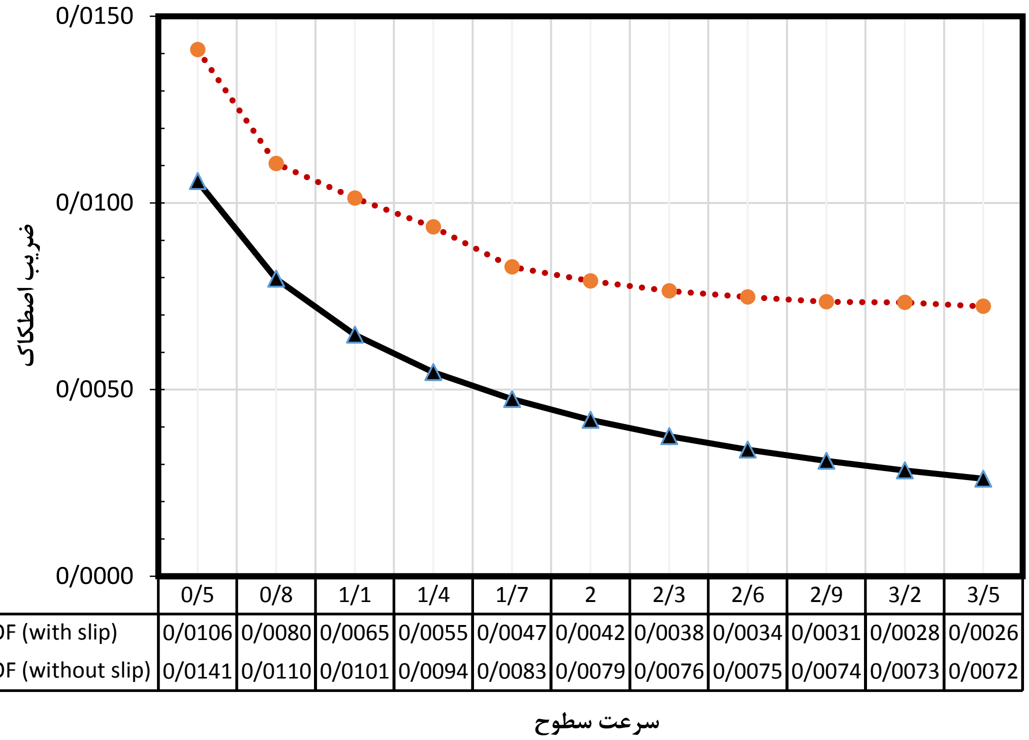
افزایش سرعت نرخ تنش برشی را بالا می‌برد و این تنش را به تنش بحرانی نزدیک می‌کند و انتظار لغزش بیشتر را توجیه می‌کند. میزان ضرایب اصطکاک، در حالت وقوع لغزش کمتر از حالت عدم وقوع لغزش است. مقایسه میان ضرایب اصطکاک به دست آمده نشان می‌دهد که با افزایش مجموع سرعت سطوح، اختلاف میان ضریب اصطکاک سطح در حالت‌های وقوع و عدم وقوع لغزش افزوده می‌گردد که می‌توان آن را نتیجه افزایش بازه وقوع لغزش در مجموع سرعت‌های بالاتر قلمداد کرد. بیشترین این کاهش در بزرگ‌ترین مجموع سرعت، ۹۳/۸۸٪ و کمترین در کوچک‌ترین مجموع سرعت با ۲۸/۳۴٪ بوده است.

با انجام مقایسه میان بازه‌های وقوع لغزش مشاهده می‌گردد که افزایش میزان بار منجر به افزایش طول بازه وقوع لغزش می‌گردد. افزیش بار باعث کاهش ضخامت لایه روان‌کار شده و در نتیجه تغییرات سرعت در فاصله کوتاه‌تری رخ می‌دهد. این موضوع باعث افزایش تنش برشی شده و احتمال رسیدن آن به حد تنش برشی بحرانی را افزایش می‌دهد. به طوری که در ازای بالاترین مقدار بارگذاری، شاهد بزرگ‌ترین دامنه وقوع لغزش نیز می‌باشیم. بزرگ‌ترین بازه وقوع لغزش نیز با طول ۱/۹۸ در w=۱۲۰۰N روی داده است که به نسبت کوچک‌ترین بازه با طول ۰/۸ در w=۳۰۰N ، میزان ۱۴۸ درصد به آن افزوده شده است. برای مقایسه کارایی روان‌کاری در حالت‌های با فرض وقوع لغزش و فرض عدم وقوع لغزش، در شکل (۴) نمودار مقادیر ضرایب اصطکاک برای مقایسه ترسیم شده است.

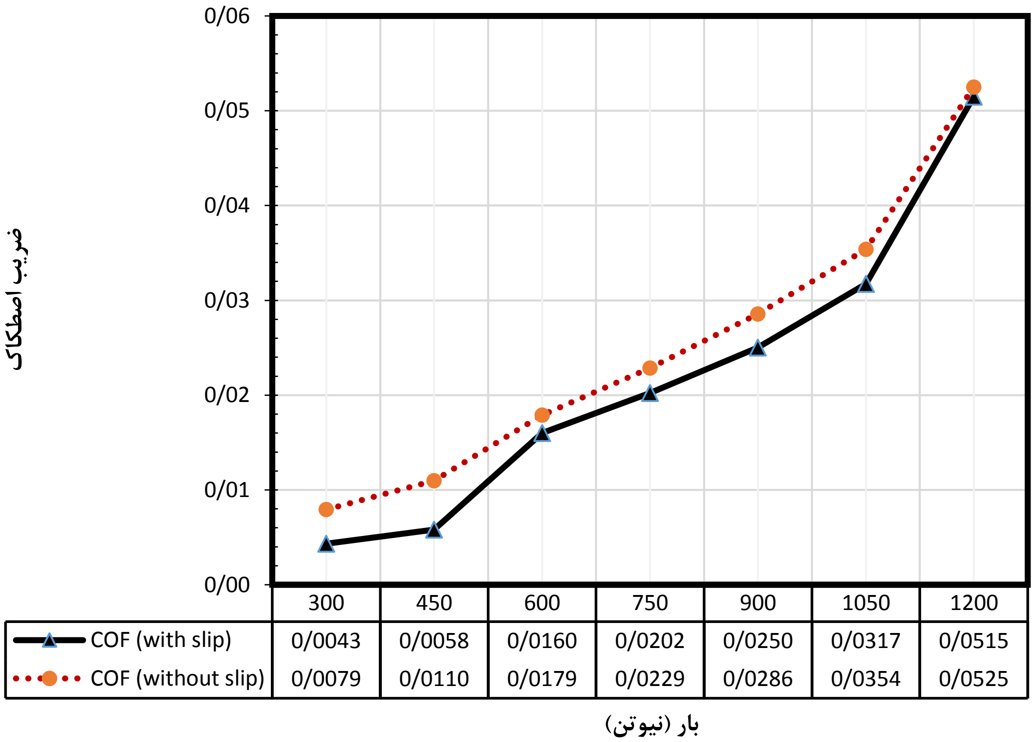
اثر تغییرات بار. جدول (۸) اثر تغییرات میزان بار بر بازه وقوع لغزش را نمایش می‌دهد. برای این منظور بازه‌های وقوع لغزش برای ۸ مورد میزان بارگذاری دارای مقداری بین ۱۵۰ تا ۱۲۰۰ نیوتن داده شده است.

جدول ۸ بازه‌های وقوع لغزش برای بارگذاری‌های متفاوت

بازه وقوع لغزش	میزان بارگذاری $[N]$
-۰/۳۲≤X≤۰/۴۸	۳۰۰
-۰/۸۹≤X≤۰/۷۳	۴۵۰
-۰/۹۳≤X≤۰/۸۱	۶۰۰
-۰/۹۳≤X≤۰/۸۱	۷۵۰
-۰/۹۳≤X≤۰/۸۵	۹۰۰
-۰/۹۳≤X≤۰/۸۹	۱۰۵۰
-۱/۰۹≤X≤۰/۸۹	۱۲۰۰



شکل ۳ مقایسه ضریب اصطکاک با فرض وقوع/ عدم وقوع لغزش به ازای سرعت‌های مختلف



شکل ۴ مقایسه ضریب اصطکاک با فرض وقوع/ عدم وقوع لغزش به ازای بارگذاری‌های داده شده

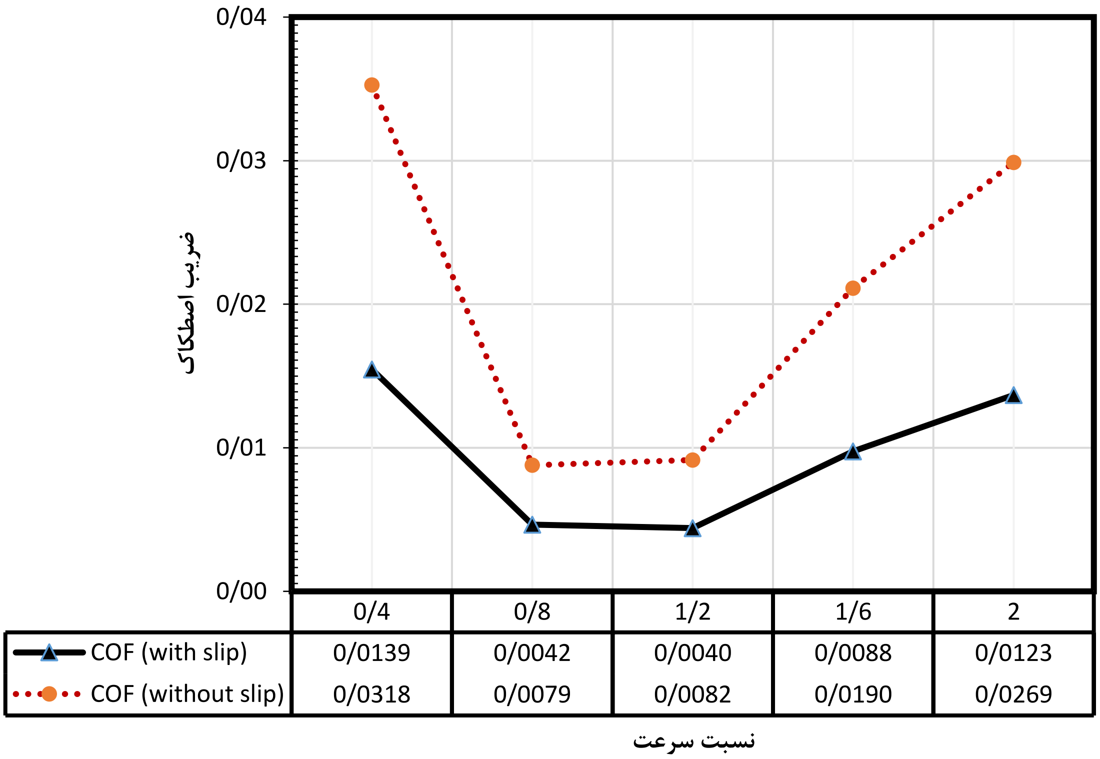
در تمامی بارگذاری‌ها، میزان ضریب اصطکاک در حالت وقوع لغزش، کوچک‌تر از حالت عدم وقوع لغزش بوده است و با افزایش بارگذاری در هر دو حالت، ضریب اصطکاک افزایش یافته است. با این وجود در بارگذاری ۱۲۰۰ نیوتنی، اختلاف بسیار کوچک بوده و تنها در حدود ۲ درصد اختلاف وجود دارد در حالی که در ازای بارگذاری ۴۵۰ نیوتنی، اختلاف افزون بر ۸۰ درصدی را نشان می‌دهد.

اثر نسبت سرعت دیواره‌ها بر لغزش. نسبت سرعت دیواره‌ها از جمله پارامترهایی است که به طور ویژه بر روی خواص مرتبط با لغزش مانند نوع و بازه لغزش اثرگذار است. در جدول (۹) بازه وقوع لغزش برای ۵ نسبت سرعت متفاوت داده شده است.

از جدول و نمودار فوق می‌توان استنباط کرد که هر چه این نسبت بزرگ‌تر باشد یا آنکه به سمت صفر میل کند، می‌توان بازه وقوع لغزش بزرگ‌تری را انتظار داشت. بزرگ‌ترین بازه وقوع لغزش در دیواره، به طور مشترک به ازای نسبت سرعت‌های برابر با ۲/۰ و ۰/۴ روی می‌دهد. این بزرگ‌ترین بازه، طولی برابر با ۱/۷۸ دارد. همچنین کوتاه‌ترین طول بازه وقوع لغزش، به ازای نسبت سرعت ۱/۲، با طول ۱/۴۶به دست می‌آید که اختلاف ۱۸ درصدی را نشان می‌دهد. با این حال، این گسترش بازه وقوع لغزش در اثر تغییر نسبت سرعت نمی‌تواند از افزایش اتلاف انرژی به دلیل افزوده شدن به مقدار نیروی اصطکاک جلوگیری کند. در شکل (۵) نمودار میزان ضرایب اصطکاک برای نسبت سرعت‌های متفاوت در دو حالت وقوع و عدم وقوع لغزش داده شده است.

جدول ۹ بازه‌های وقوع لغزش برای نسبت سرعت‌های متفاوت

نسبت سرعت	بازه وقوع لغزش
۰/۴	−۰/۹۷≤X≤۰/۸۱
۰/۸	−۰/۷۳≤X≤۰/۷۷
۱/۲	−۰/۶۹≤X≤۰/۷۷
۱/۶	X=−۰/۹۷ و −۰/۸۹≤X≤۰/۸۱
۲/۰	−۰/۹۷≤X≤۰/۸۱



شکل ۵ مقایسه ضریب اصطکاک با فرض وقوع/ عدم وقوع لغزش به ازای نسبت سرعت‌های داده شده

مطابق با مقایسه صورت گرفته؛ به طور کلی به ازای تمامی نسبت سرعت‌ها، با وقوع لغزش از میزان ضرایب اصطکاک کاسته شده است، یعنی آنکه صرف وقوع لغزش از میزان نیروی اصطکاک می‌کاهد. با افزایش نسبت سرعت، در خارج از بازه ۰/۸ تا ۱/۲، ضریب اصطکاک با شیب بسیار تندی افزایش می‌یابد؛ بنابراین باید در انتخاب نسبت سرعت میان دو سطح بالایی و پایینی به این نکته توجه کرد که برای به کار واداشتن بهینه یاتاقان، انتخاب نسبت سرعت نزدیک به یک، انتخابی درست‌تر خواهد بود.

اثر تنش برشی اولیه و ضریب تناسب تنش برشی حدی بر لغزش. تنش برشی حدی در شرایط محیط و ضریب تناسب تنش برشی حدی بر روی تعریف تنش برشی سطح اثر گذار بوده و این اثر از طریق نوع لغزش و بازه لغزش قابل اثبات است. جدول‌های (۱۰) و (۱۱) اثر این دو پارامتر را بر بازه وقوع لغزش نشان می‌دهند.

جدول ۱۰ بازه‌های وقوع لغزش برای تنش برشی حدی‌های مختلف

بازه وقوع لغزش	تنش برشی حدی در شرایط محیط
-۰/۷۷≤X≤۰/۸۱	۱×۱۰^۶
-۰/۶۹≤X≤۰/۸۱	۲×۱۰^۶
-۰/۶۵≤X≤۰/۸۱	۳×۱۰^۶
-۰/۶۱≤X≤۰/۸۱	۴×۱۰^۶
-۰/۵۷≤X≤۰/۷۷	۵×۱۰^۶

جدول۱۱ بازه‌های وقوع لغزش برای ضریب تنش برشی‌های مختلف

بازه وقوع لغزش	**ضریب تنش برشی حدی**
-۰/۶۹≤X≤۰/۸۱	۰/۰۲
-۰/۵۳≤X≤۰/۷۷	۰/۰۴
-۰/۴۰≤X≤۰/۵۳	۰/۰۶
-۰/۲۴≤X≤۰/۳۶	۰/۰۸
عدم وقوع لغزش	۰/۱۰

با افزایش تنش برشی اولیه، بازه وقوع لغزش کوچک‌تر می‌گردد. داده‌های جدول نشان می‌دهد با پنج برابر شدن آن، طول بازه وقوع لغزش ۱۶ درصد کاهش یافته است. با افزایش تنش برشی اولیه، اندازه تنش برشی حدی نیز افزایش یافته است و در نتیجه طول بازه وقوع لغزش نیز کاهش می‌یابد.

با افزایش ضریب تنش برشی نیز از طول بازه وقوع لغزش کاسته شده است و در بزرگ‌ترین مقدار آن اصلا لغزشی روی نداده است. افزایش ضریب تنش برشی منجر به افزایش اندازه تنش برشی اولیه و کاهش بازه وقوع لغزش می‌گردد. البته اثر ضریب تنش برشی در مقایسه با تنش برشی اولیه بیشتر است.

نتیجه‌گیری

در مطالعه حاضر ضمن استفاده از روش تفاضل محدود، حل عددی برای مسئله روان‌کاری الاستوهیدرودینامیک میان یک سطح صاف و یک استوانه، با فرض وقوع لغزش در ناحیه تماس میان دیواره جامد و سیال روان‌کار نیوتنی ارائه شده است. در حل ارائه گردیده، فرض‌های آرام، هم‌دما و پایا برای جریان سیال روان‌کار فرض گردیده است. مطابق با فرضیات مسئله، معادلات حاکم معرفی شدند و سپس ضمن بی‌بعدسازی و گسسته‌سازی آن‌ها با کمک برنامه کامپیوتری، حلی عددی ارائه شد. برنامه کامپیوتری با به حداقل رساندن مجموع مربعات اجزای دستگاه معادلات جبری، اقدام به حل آن می‌کند و با صفر شدن این مجموع مربعات، به حل دستگاه دست می‌یابد. حل برای دو حالت فرض وقوع و عدم وقوع لغزش حاصل شده است؛ مهم‌ترین نتیجه به دست آمده از این تحقیق وجود لغزش روس سطوح در تماس روان‌کاری الاستوهیدرودینامیک است. نتایج به طور عمومی اثر مثبت لغزش دیواره را بر کارایی روان‌کاری نشان داده است. نتایج به دست آمده به صورت زیر خلاصه می‌شود:

۱) افزایش سرعت سطوح به افزایش دامنه وقوع لغزش منجر می‌شود.

۲) وقوع لغزش باعث کاهش ضریب اصطکاک می‌گردد و هر چه میزان سرعت بالاتر بوده، کاهش ضریب اصطکاک نیز بیشتر بوده است. همچنین وقوع لغزش منجر به کاهش بیشینه فشار و کمینه ضخامت فیلم روان‌کار شده است.

۳) افزایش میزان بار منجر به افزایش طول بازه وقوع لغزش می‌گردد.
۴) وقوع لغزش منجر به کاهش ضریب اصطکاک می‌گردد و هر چه میزان بارگذاری بیشتر باشد، ضریب اصطکاک نیز بزرگ‌تر خواهد بود.
۵) بازه وقوع لغزش به ازای نسبت‌های بزرگ یا نسبت‌ها مایل به صفر، بزرگ‌تر شده است.
۶) وقوع لغزش منجر به کاهش ضریب اصطکاک شده است و کمترین ضریب اصطکاک به ازای نسبت سرعت نزدیک به یک حاصل شده است.
۷) افزایش τ_0 و γ، منجر به کاهش طول بازه وقوع لغزش می‌گردد. اثر γ در مقایسه با τ_0 بیشتر است.

علامت اختصاری

b	نیم‌عرض تماس هرتزی
E’	مدول الاستیسیته معادل
h	ضخامت فیلم
h_0	ضخامت فیلم اولیه
p	فشار
p_h	بیشینه فشار هرتزی
R	شعاع انحنای معادل
$U_1 . U_2$	سرعت سطوح
$U_{lub1} . U_{lub2}$	سرعت روان‌کار
$U_{lub1}^{NN} . U_{lub2}^{NN}$	سرعت روان‌کار در هنگام لغزش
w	بار
x	مختصات
γ	ضریب تناسب تنش‌برشی‌حدی
μ	لزجت روان‌کار
μ_0	لزجت‌روان‌کار در فشار محیط
ν	ضریب پواسون
ρ	چگالی روان‌کار
ρ_0	چگالی روان‌کار در فشار محیط
$\tau_1 . \tau_2$	تنش‌برشی روان‌کار در سطوح
τ_0	تنش‌برشی روان‌کار در فشار محیط
τ_L	تنش‌برشی حدی

واژه نامه

روان‌کاری	Lubrication
الاستوهیدرودینامیک	Elastohydrodynamic
لغزش، اصطکاک	Slip condition
مدل‌سازی	Friction, Modeling
معادله رینولدز	Reynolds equation

تقدیر و تشکر

مراجع

[1] M. Kaneta, H. Nishikawa, and K. Kameishi, “Observation of Wall Slip in Elastohydrodynamic Lubrication”, *ASME. Journal of Tribology*, vol. 112, no. 3, pp. 447–452, (1990). https://doi.org/10.1115/1.2920280

[2] P.L. Wong, X. M. Li and F. Guo, “Evidence of lubricant slip on steel surface in EHL contact”, *Tribology International*, vol. 61, pp. 116-119, (2013). https://doi.org/10.1016/j.triboint.2012.12.009

[3] A. Ponjavic, J.S. Wong, “The effect of boundary slip on elastohydrodynamic lubrication”, *RSC Advances*, vol. 4, no. 40, pp. 20821-20829, (2014). https://doi.org/10.1039/C4RA01714E

[4] L. Guo, P. L. Wong and F. Guo, “Correlation of contact angle hysteresis and hydrodynamic lubrication”, *Tribology Letters*, vol. 58, pp. 1-9, (2015). https://doi.org/10.1007/s11249-015-0518-1

[5] X. Jin, J. Wang, Y. Han, N. Sun and J. Zhu, “Discrepancy in oil film distribution observed in ZEV reciprocating motion”, *Industrial Lubrication and Tribology*, vol. 73, no. 1 pp.177-189, (2021). https://doi.org/10.1108/ILT-01-

2020-0021

[6] M. Kalin, M. Kus, "New strategy for reducing the EHL friction in steel contacts using additive-formed oleophobic boundary films", *Friction*, vol. 9, pp.1346-1360, (2021). https://doi.org/10.1007/s40544-020-0403-2

[7] Y. Zhang, S. Wen, "An analysis of elastohydrodynamic lubrication with limiting shear stress: part I—theory and solutions", *Tribology Transactions*, vol. 45, no. 2, pp.135-144, (2002). https://doi.org/10.1080/10402000208982532

[8] F. Aurelian, M. Patrick and H. Mohamed, "Wall slip effects in (elasto) hydrodynamic journal bearings", *Tribology International*, vol. 44, no. 7-8, pp.868-877, (2011). https://doi.org/10.1016/j.triboint.2011.03.003

[9] Q.D. Chen, H.C. Jao, L.M. Chu, W.L. Li, "Effects of anisotropic slip on the elastohydrodynamic lubrication of circular contacts", *Journal of Tribology*, vol. 138, no. 3, pp. 031502, (2016). https://doi.org/10.1115/1.4031991

[10] Y. Zhao, P.L. Wong, L. Guo, "Linear complementarity solution of 2D boundary slip EHL contact", *Tribology International*, vol. 145, pp.106178, (2020). https://doi.org/10.1016/j.triboint.2020.106178

[11] B.W. Sun, L. Chen, L. Guo, W. Wang and P.L. Wong, "Experimental evidence on the enhancement of bearing load capacity by localised boundary slip effect", *Tribology Letters*, vol. 69, pp. 1-8, (2021). https://doi.org/10.1007/s11249-021-01434-w

[12] B.J. Hamrock, S.R. Schmid and B.O. Jacobson, Fundamentals of Fluid Film Lubrication, 2nd Edition, *CRC Press*, (2004). https://doi.org/10.1201/9780203021187

[13] B.O. Jacobson, Elasto-Solidifying Lubrication of Spherical Surfaces, Lund Technical University, (1972).

[14] B.O. Jacobson, ''On the Lubrication of Heavily Loaded Cylindrical Surfaces Considering Surface Deformations and Solidification of the Lubricant,'' *ASME Paper*, no. 72-Lub-44, pp. 321-327, (1973). https://doi.org/10.1115/1.3451818

[15] D. Dowson, G.R. Higginson, Elastohydrodynamic Lubrication, The Fundamentals of Roller and Gear Lubrication, Pergamon Press, Oxford, Great Britain, (1966).

[16] S. Yasutomi, S. Bair and W. O. Winer "An application of a free volume model to lubricant rheology I—dependence of viscosity on temperature and pressure", *JASME Journal of Lubrication Technology*, vol. 106, no. 2, pp. 291–303, (1984). https://doi.org/10.1115/1.3260907

[17] J. Stahl, B.O. Jacobson, "A lubricant model considering wall-slip in EHL line contacts", *Journal of Tribology*, vol. 125, no. 3, pp. 523-532, (2003). https://doi.org/10.1115/1.1537750

[18] B.O. Jacobson, B.J. Hamrock, "Non-Newtonian fluid model incorporated into elastohydrodynamic lubrication of rectangular contacts", *In Joint Lubrication Conference*, United States, no. E-1396, October 18-20, (1983). https://doi.org/10.1115/1.3260901

[19] R.T. Lee, B.J. Hamrock, "A circular non-Newtonian fluid model: Part I—used in elastohydrodynamic lubrication", *ASME Journal of Tribology Transaction*, vol. 112, pp. 486–495, (1990). https://doi.org/10.1115/1.2920285